

Inhaltsverzeichnis

0	Theorie	1
0.1	Einleitung	1
0.2	Mechanismen der Ladungsträgerleitung im Halbleiter	1
1	Praxis	5
1.1	Versuchsaufbau	5
1.2	Versuchsdurchführung	5
1.2.1	Die manuelle Messung	5
1.2.2	Die Computergestützte, temperaturabhängige Messung	8
1.3	Ladungsträgertyp bei Stör- und Eigenleitung	9
1.4	Akzeptorendichte	9
1.5	Bandlücke von Germanium	10
1.6	Bandlücke von Germanium (Teil 2)	11
1.7	Ionisierungsenergie des Dotiermaterials	13
1.8	Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit	14

0 Theorie

0.1 Einleitung

Ziel des Versuchs ist es, die Ladungsträgertransportmechanismen mittels des Hall-effekts zu untersuchen. Hierbei werden mikroskopische Vorgänge durch makroskopische Messungen untersucht. Bei diesem Versuch wird der Ladungsträgertransport in einem Galliumdotierten Germanium-Einkristall untersucht, indem man unter anderem die Ladungsträgeranzahl und -beweglichkeit misst.

0.2 Mechanismen der Ladungsträgerleitung im Halbleiter

Das Bändermodell drückt aus, dass alle Materialien durch Energiebänder unterschiedlicher Energien dargestellt werden können. Man kann bei diesem Modell drei Typen unterscheiden:

1. Leiter

Hier ist das Leitungsband von vornherein teilweise gefüllt und das Material ist von Natur aus leitend.

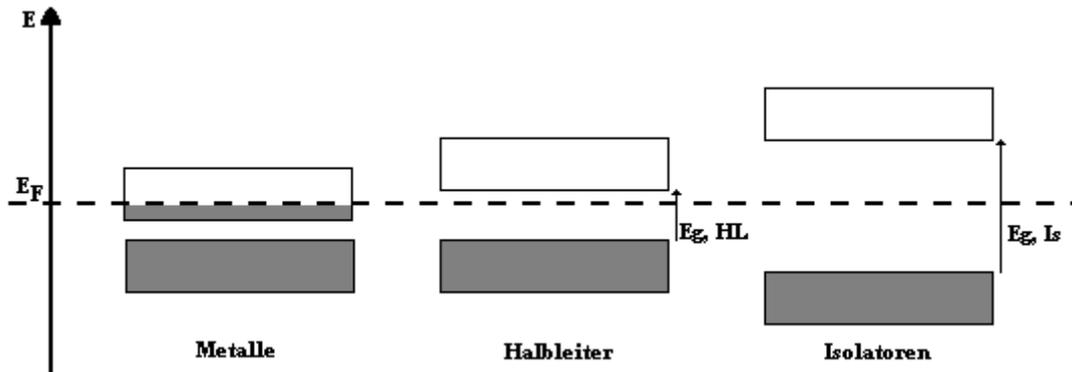
2. Halbleiter

In diesem Fall ist die Bandlücke zwischen Valenz und Leitungsband klein und damit thermisch überbrückbar. Hier spricht man von Halbleitern, da diese bei zunehmender Temperatur zu Leitern werden.

3. Isolator

Hier ist die Bandlücke so groß, dass sie praktisch nicht überbrückbar ist. Das Material ist damit nicht leitend, also ein Isolator.

In Abbildung 0.2 sind Leiter, Halbleiter und Isolator noch einmal schematisch dargestellt. Voraussetzung dafür, dass Elektronen sich im Leitungsband bewegen können, ist, dass dieses nicht vollständig besetzt ist. Andererseits ist der Übergang zwischen Leitungs- und Valenzband nicht diskret, sondern nach der Fermi-Verteilung "verschmiert". Dies hat zur Folge, dass das erste nicht vollständig besetzte Band immer einige Elektronen enthält. Im Bändermodell gibt es zwei Arten



von Ladungsträgern. Zum einen die Elektronen (-), die vom Valenzband ins Leitungsband springen und zum anderen die Löcher (+), die die Elektronen zurückgelassen werden. In diesem Modell haben Löcher wie Elektronen eine Beweglichkeit und Anzahl. Bei Materialien, in denen ausschließlich die Löcher und Elektronen die Leitfähigkeit beeinflussen, spricht man von "intrinsischen Leitern". Es gilt:

$$n = p = 2 \cdot \left(\frac{k \cdot T}{2 \cdot \pi \cdot \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot (m_e^* \cdot m_p^*)^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

"Extrinsische Leitungseffekte" provoziert man durch die Dotierung von Halbleitern, indem man das Halbleitermaterial mit anderen Materialien versetzt um ihm charakteristische Eigenschaften zuzuführen. Das heißt zum Beispiel, dass man 4-wertiges Germanium mit 5-wertigem Arsen dotiert. Dadurch wird ein Elektron des 5-wertigen Arsens frei und steht als Ladungsträger zur Verfügung. Da man sozusagen ein Elektron dazugibt (lat. donare = geben) spricht man von einem "Donator". Einen "Akzeptor" (lat. accipere = annehmen) erhält man, indem man statt des 5-wertigen Arsens z.B. 3-wertiges Gallium einfügt, wodurch ein Loch entsteht, oder ein Elektron genommen wird, je nach Sichtweise. Die Ionisierungsenergie ist z.B. die Energie, die von nöten ist, um ein Elektron aus dem Valenzband in das Akzeptor-Störband anzuheben. Für dieses Modell gilt die Ionisierungsenergie bei Donatoren:

$$E_D = \frac{m_e^* \cdot e^4}{2 \cdot (4 \cdot \pi \epsilon_0 \cdot \epsilon)^2 \cdot \hbar^2}$$

Für die Akzeptoren gilt der analoge Fall. Die relative Dielektrizitätskonstante des Kristalls und die effektive Masse bewirken eine verringerte Bindungsenergie (meV). Diese verursacht auch bei niedrigen Temperaturen genügend freie Ladungsträger. Dadurch entsteht die "Störleitung", das heißt es entsteht ein neues Band, welches durch die Abgabe, bzw. Aufnahme von Elektronen leitend wird. In diesem Fall gilt nicht mehr, dass die Anzahl der Elektronen gleich der Anzahl der Löcher ist, da die Teilchenzahldichten der Donatoren und Akzeptoren mit einwirken. Für die

p-Dotierung ergibt sich:

$$p = \frac{2 \cdot n_A}{1 + \sqrt{1 + 2 \cdot n_A \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \hbar^2}{p^* \cdot kT}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_A}{kT}}}}$$

Dies beeinflusst auch die Hall-Konstante:

$$R_H = \frac{p \cdot \mu_p^2 - n \cdot \mu_e^2}{e \cdot (p \cdot \mu_p - n \cdot \mu_e)^2}$$

Wenn der Halbleiter rein p- oder rein n-dotiert ist, ergibt sich für die Hall-Konstante:

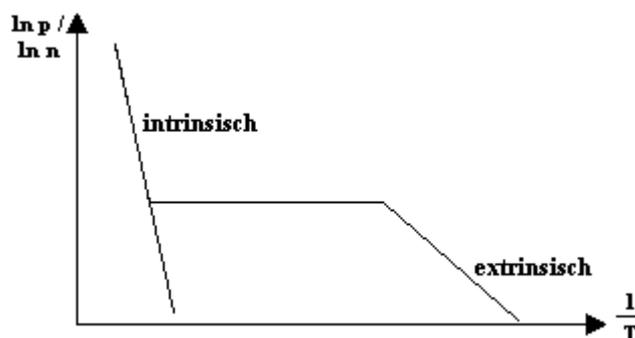
$$R_{H,p} = \frac{1}{p \cdot e}$$

beziehungsweise

$$R_{H,e} = -\frac{1}{n \cdot e}$$

Am Vorzeichen der Hall-Konstante kann man also ablesen, welcher Ladungsträgertyp überwiegend ist.

Tatsächlich ist die Messung der Hall-Konstante temperaturabhängig, da sie von Beweglichkeit und Konzentration der Ladungsträger abhängt, die durch die Temperatur beeinflussbar sind. Bei hohen Temperaturen kommt die Fermi-Verteilung zum Tragen und die Anzahl der die Lücke überspringenden Elektronen steigt exponentiell. Etwas anders verhält es sich bei dotierten Halbleitern. Hier wird zunächst das Störleitungsband aufgefüllt. Die Ladungsträgerdichte verhält sich nahezu konstant zur steigenden Temperatur, bis die Ladungsträger genügend Energie haben, um die Bandlücke zu überspringen. Dann verläuft der Ladungstransport auch hier exponentiell. Bei der Analyse der Hall-Konstanten muss man zwischen intrinsischer



und extrinsischer Leitung differenzieren. Für die intrinsische Leitung gilt:

$$n = p \approx T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

0 Theorie

Bei niedrigen Temperaturen gilt für die Störleitung:

$$p \approx T^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

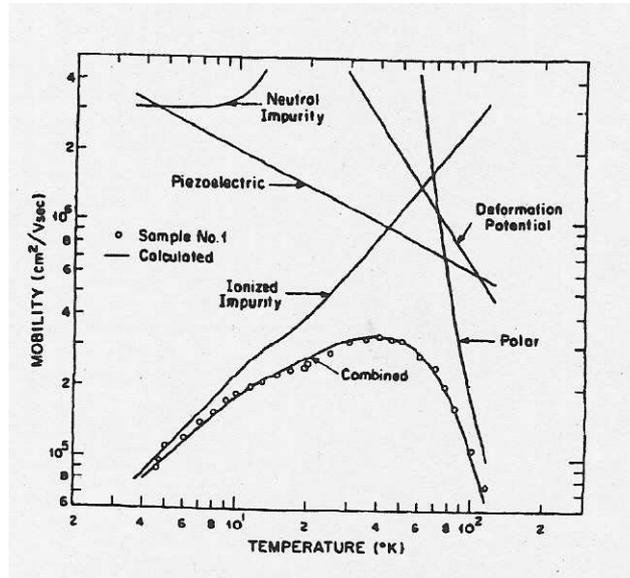
beziehungsweise

$$n \approx T^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_D}{2kT}}$$

Das heißt, für die Hall-Konstante gelten drei verschiedene Temperaturabhängigkeiten:

1. $R_{H,i} \approx T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}}$
2. $R_{H,e} \approx T^{-\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_D}{2kT}}$
3. $R_{H,p} \approx T^{-\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_A}{2kT}}$

Grundlage der vorangegangenen Betrachtungen war die allgemeine Vorstellung von Streuung. Im mikroskopischen Experiment treten aber unterschiedliche Arten von Streuungen bzw. Stößen auf. Hauptsächlich liegen Streuprozesse an optischen und akustischen Phononen, ionisierten Störstellen und piezoelektrische Streuung an Verbindungshalbleitern. Die Temperaturabhängigkeit von optischen Phononen ist nur experimentell nachweisbar, aber nicht analytisch beschreibbar. Für die Beweglichkeiten gilt folgende Grafik 0.2:



1 Praxis

1.1 Versuchsaufbau

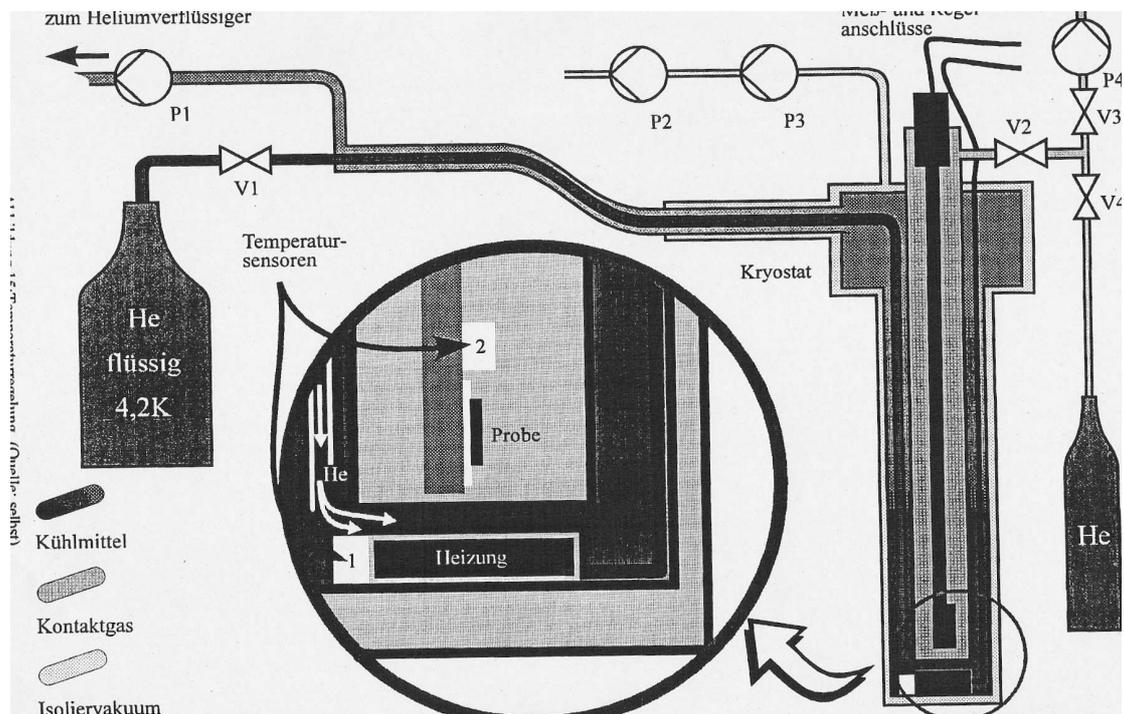


Abbildung 1.1: Aufbau des Kryostat

1.2 Versuchsdurchführung

1.2.1 Die manuelle Messung

Zunächst wird die Leitfähigkeit bestimmt. Hierzu führt man eine 4-Punkt-Messung der Widerstände durch. Gemessen wird die Spannung. Eine 2-Punkt-Messung ist nicht ratsam da man sonst den Widerstand des Kabels mit messen würde. Hier

gilt folgende Formel:

$$R = \frac{U}{I}$$

und ebenso

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{\pi p}{\ln 2} \cdot \frac{R_{PQ,RS} + R_{QR,SP}}{2} \cdot f \cdot \left(\frac{R_{PQ,RS}}{R_{QR,SP}} \right)$$

Als erstes wird eine manuelle Messung durchgeführt, um das Verständnis für die

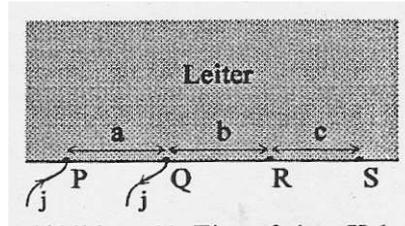


Abbildung 1.2: schematische Darstellung der "ursprünglichen" Messung

Vorgehensweise der computergesteuerten Messung zu fördern. Auf einem Steckbrett wird die Probe mit vier Kontakten simuliert. Um systematisch Fehler zu vermeiden, gilt es zwischen den Messungen umzupolen. Zunächst soll die Thermospannung eliminiert werden, wozu zwei Messungen durchgeführt werden, zwischen denen, die Stromrichtung einmal umgekehrt wird.

$$I_{53} : U_{71}^{(1)} = U_I + U_{Thermo}$$

$$I_{35} : U_{71}^{(2)} = U_I + U_{Thermo}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{71}^{(1)} - U_{71}^{(2)}}{2} = U_I^{(1)}$$

Wie man sieht, erhält man durch die Subtraktion der beiden Gleichungen die Spannung U_I . Als nächstes werden die Kontakte für Strom und Spannung vertauscht, um so einen Vergleichswert für U_I zu erhalten:

$$I_{71} : U_{53}^{(1)} = U_I + U_{Thermo}$$

$$I_{17} : U_{53}^{(2)} = U_I + U_{Thermo}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{53}^{(1)} - U_{53}^{(2)}}{2} = U_I^{(2)}$$

1 Praxis

Die vier Messungen für U_{II} erfolgen analog. Es ergibt sich:

$$U_I = \frac{U_I^{(1)} - U_I^{(2)}}{2} = 0,351mV \text{ sowie } U_{II} = \frac{U_{II}^{(1)} - U_{II}^{(2)}}{2} = 0,565mV$$

Als nächstes soll die Hallspannung gemessen werden. Diesmal werden die Messungen bei einem Magnetfeld von $B = \pm 0,2T$ durchgeführt. Auch hier wird die Thermospannung in bekannter Weise eliminiert. Nach den ersten vier Messungen wird das Magnetfeld umgepolt, um U_{pot} zu eliminieren. U_{pot} ergibt sich durch Magnetowiderstände, die quadratisch von B abhängen. Daraus ergibt sich U_H .

- $B = 0,2T$

$$I_{51} : U_{73}^{(1)} = U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

$$I_{15} : U_{73}^{(2)} = U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{73}^{(1)} - U_{73}^{(2)}}{2} = U_H + U_{Pot}$$

$$I_{73} : U_{15}^{(1)} = U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

$$I_{37} : U_{15}^{(2)} = U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{15}^{(1)} - U_{15}^{(2)}}{2} = U_H + U_{Pot}$$

- $B = -0,2T$

$$I_{51} : U_{73}^{(3)} = -U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

$$I_{15} : U_{73}^{(4)} = -U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{73}^{(3)} - U_{73}^{(4)}}{2} = -U_H + U_{Pot}$$

$$I_{73} : U_{15}^{(3)} = -U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

$$I_{37} : U_{15}^{(4)} = -U_H + U_{Thermo} + U_{Pot}$$

Dies ergibt zusammen;

$$\frac{U_{15}^{(3)} - U_{15}^{(4)}}{2} = -U_H + U_{Pot}$$

1 Praxis

Wir erhalten also:

$$U_H^{(1)} = \frac{U_{73}^{(1)} - U_{73}^{(2)} - U_{73}^{(3)} + U_{73}^{(4)}}{4} \quad \text{und} \quad U_H^{(2)} = \frac{U_{15}^{(1)} - U_{15}^{(2)} - U_{15}^{(3)} + U_{15}^{(4)}}{4}$$

Für U_H erhalten wir also den Wert

$$U_H = 0,218mV$$

bei Zimmertemperatur. Schließlich führt der Computer die gleichen Messungen noch einmal durch. Bei der Computergestützten Messung werden alle Messungen zehnmal durchgeführt und anschließend ein Mittelwert mit Standardabweichung ausgegeben. Der Vergleich mit der Computermessung bestätigt unseren Wert mit einer Abweichung von 3,81%. Das heißt in der Größenordnung stimmen unserer Wert und der des Computers überein.

1.2.2 Die Computergestützte, temperaturabhängige Messung

Zunächst lässt man den Kryostat auf etwa 10K abkühlen. Dann führt man temperaturabhängige Spannungsmessungen durch in einem Bereich von 10K bis 420K.

1.5 Bandlücke von Germanium

Trägt man $\ln(\frac{\rho}{d})$ gegen $\frac{1}{T}$ auf, kann man aus der Steigung die Bandlücke bestimmen. Bei hohen Temperaturen kann man annähernd von reiner Eigenleitung ausgehen. Daher gilt:

$$p \approx T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2kT}} : p \cdot T^{-\frac{3}{2}} \approx e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

Mit $T^{-\frac{3}{2}} = \mu_{akustisch}$ folgt:

$$p \cdot \mu_{akustisch} \approx \sigma \approx e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

Durch umstellen erhalten wir

$$\frac{\ln(\frac{\rho}{d})}{\frac{1}{T}} \approx \frac{E_g}{2k}$$

Dies ergibt:

$$E_g = 0,754eV$$

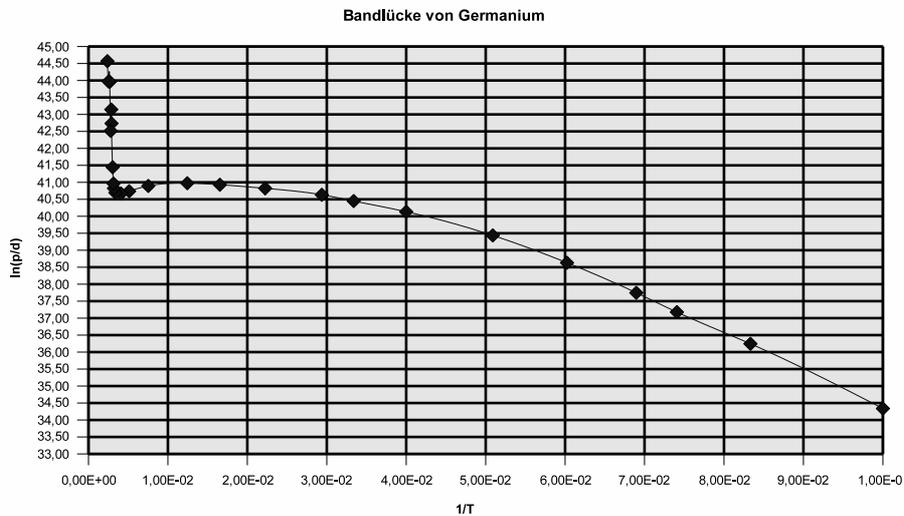


Abbildung 1.4: Bandlücke Germanium

Für die Bestimmung der Bandlücke ist nur der Bereich der Eigenleitung von Interesse, wie in Grafik 1.5 dargestellt ist.

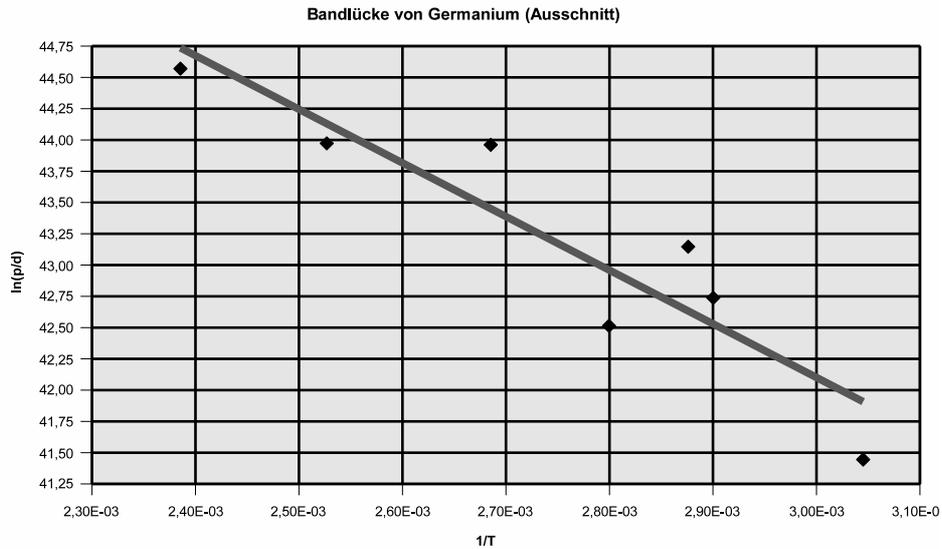


Abbildung 1.5: Ausschnitt

1.6 Bandlücke von Germanium (Teil 2)

Eine andere Methode zur Bestimmung der Bandlücke ist das Auftragen von $\ln(RH \cdot T^{(\frac{3}{2})})$ gegen $\frac{1}{T}$, denn für hohe Temperaturen gilt:

$$R_{H,i} \approx T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{E_g}{2kT}}$$

Wir erhalten also durch umformen:

$$E_g \approx 2T \cdot k \cdot \ln \left(R_{H,i} \cdot T^{\frac{3}{2}} \right)$$

Wir erhalten also:

$$E_g = 0,0948eV$$

Für die Bestimmung der Bandlücke ist nur der Bereich der Eigenleitung von Interesse, wie in Grafik 1.7 dargestellt ist.

Da bei dieser Messung die Regression eindeutig genauer ist als bei der ersten Methode, ist dieser Wert genauer.

1 Praxis

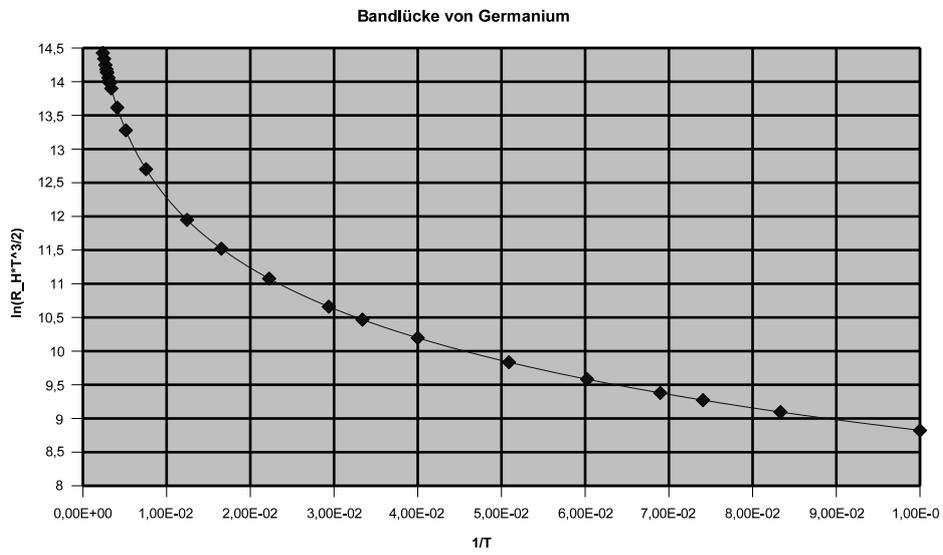


Abbildung 1.6: Bandlücke Germanium (Teil 2)

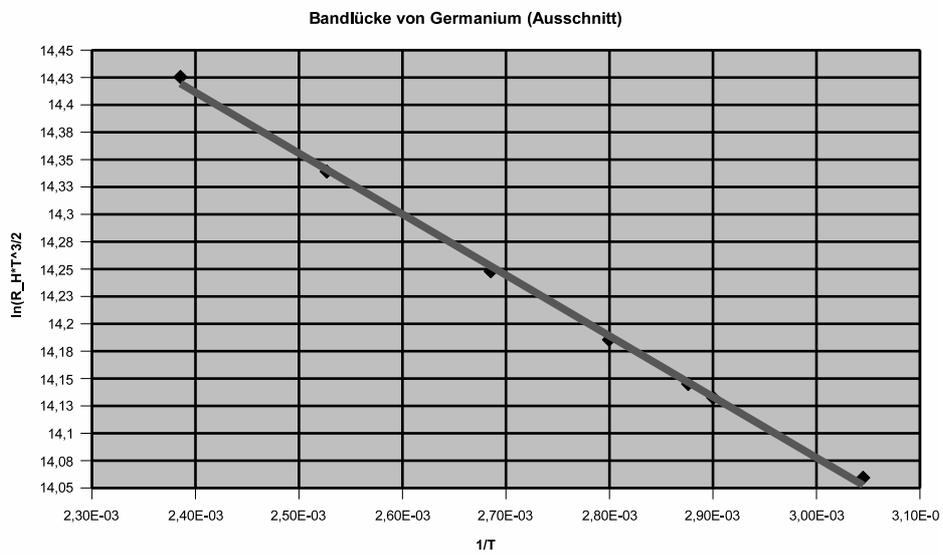


Abbildung 1.7: Ausschnitt (Teil 2)

1.7 Ionisierungsenergie des Dotiermaterials

Ähnlich wie bei der Bestimmung der Bandlücke geht man für die Bestimmung der Ionisierungsenergie vor. Für die Ladungsträgerkonzentration bei einer reinen p-Leitung gilt:

$$p \approx T^{\frac{3}{4}} \cdot e^{-\frac{E_A}{2kT}}$$

Wenn man die Formel umstellt ergibt dies:

$$\frac{\ln\left(p^{-1} \cdot T^{\frac{3}{4}}\right)}{\frac{1}{T}} \approx \frac{E_A}{2k}$$

Dies ergibt:

$$E_A = 0,0144\text{eV}$$

Der Wert für E_A ergibt sich aus dem Auftragen von $\ln\left(p^{-1} \cdot T^{\frac{3}{4}}\right)$ über $\frac{1}{T}$ und der sich daraus ergebenden Steigung.

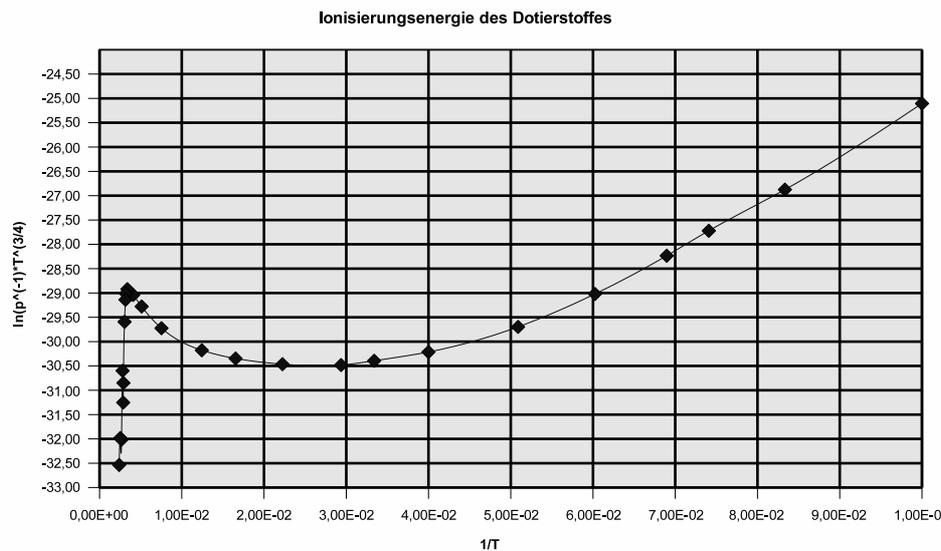


Abbildung 1.8: Ionisierungsenergie Dotierstoff

Für die Bestimmung ist nur der lineare Bereich von Interesse, wie in Grafik 1.9 dargestellt ist.

Für die Ionisierungsenergie gilt in Analogie zum Wasserstoffmodell

$$E_A = \frac{m_e^* \cdot e^4}{2(4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \epsilon) \cdot \hbar^2}$$

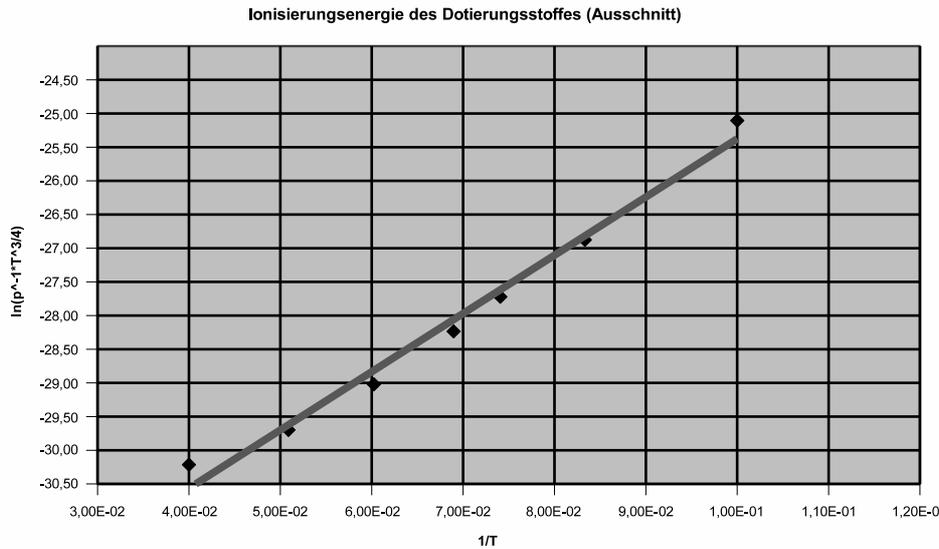


Abbildung 1.9: Ionisierungsenergie Dotierstoff (Ausschnitt)

Beim Wasserstoffatom ist $E_D = 13,6eV$, für dieses Modell gilt dann also:

$$E_A = \frac{m_e^*}{m_e \cdot \epsilon^2} \cdot 13,6eV$$

Der Vorfaktor hat typischerweise eine Größenordnung von 10^{-3} .

1.8 Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit

Trägt man den Logarithmus der Beweglichkeit über den Logarithmus der Temperatur auf kann man erkennen, dass die Streuung der akustischen Phononen die Beweglichkeit stark beeinflussen. Die Streuung an optischen Phononen ist erst ab einer Temperatur von $T < 30K$ erkennbar. Dies verifiziert die Annahme, dass ionisierte Störstellen nur Einfluss auf sehr langsame Teilchen haben. Bei hohen Temperaturen $\ln(T)$ gegen 5,5 kann man sich auf die gemessenen Werte für die Beweglichkeit nicht mehr verlassen, da dort die p-Leitung nicht mehr den dominierenden Faktor ausmacht. Die Temperaturabhängigkeit für die akustische Phononenstreuung erhält man aus der Steigung des Graphen, da gilt:

$$\mu \approx T^{-x} \Leftrightarrow x \approx -\frac{\ln(\mu)}{\ln(T)} \approx 1,571$$

Für die Bestimmung ist nur der lineare Bereich von Interesse, wie in Grafik 1.11 dargestellt ist.

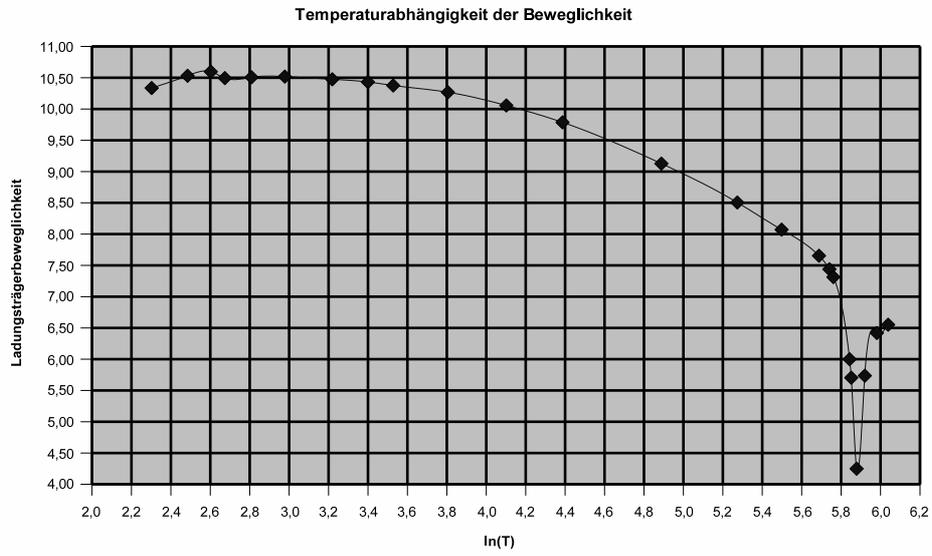


Abbildung 1.10: Temperaturabhängigkeit Beweglichkeit

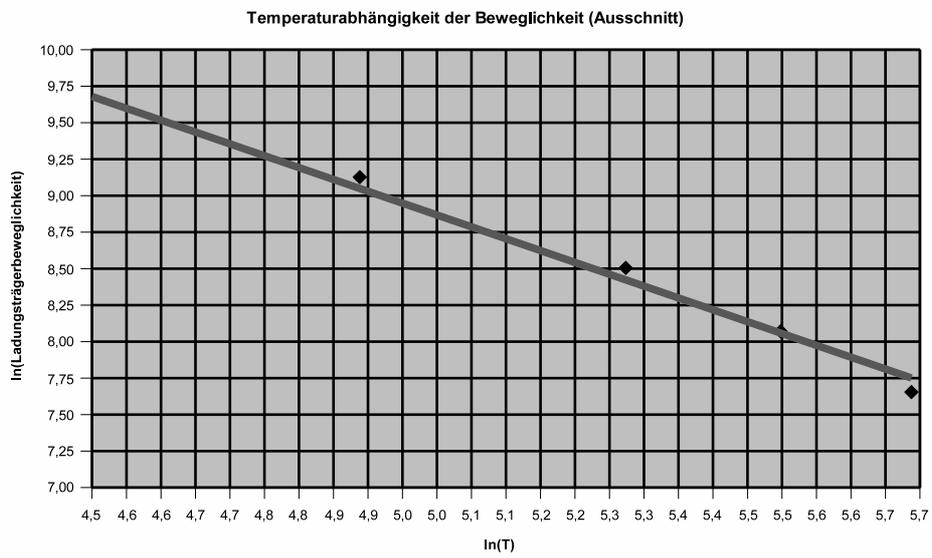


Abbildung 1.11: Temperaturabhängigkeit Beweglichkeit (Ausschnitt)